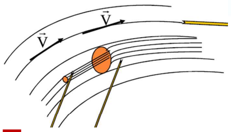
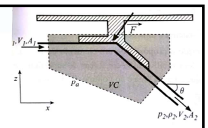
INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA
Universidade de Lisboa
Departamento de Ciências e Engenharia de Biossistemas





MECÂNICA DE FLUIDOS

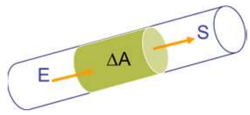
Cap.3-4

3. Equações de base da mecânica dos fluidos (ideais)

3.1 Conceitos: Tubo de fluxo; Volume de controle; Caudal; velocidade média de escoamento;

3.2 Relações integrais aplicadas ao volume de controlo

- Equação da continuidade;
- Teorema de Euler;
- Equação de Bernoulli;



Bibliografia:
- Quintela, A. 2000. *Hidráulica*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa;
- White, F. 1999. *Mecânica dos Fluidos*. McGraw-Hill, Rio de Janeiro;
- Bastos, F. 1983. *Problemas de mecânica de fluidos*. Gaunabara, Rio de Janeiro;
- Oliveira, L.; Lopes, A. 2007. *Mecânica dos fluidos*. ETEP, Lisboa, 2º edição

❑ regimes de escoamento

De um modo geral os parâmetros que definem o estado de um fluido (*pressão, massa específica, temperatura e velocidade*) não são constantes no tempo e/ou no espaço.

Estes parâmetros podem variar:

✓de ponto para ponto,

✓de instante para instante, ou

✓em simultâneo.

Parâmetros { Pressão, Massa volúmica, Velocidade, Temperatura }

A cinemática mostra, através de equações, como os parâmetros variam no espaço e no tempo, originando determinado *regime de escoamento.*

- Classificação temporal/espacial do escoamento

Com base na velocidade

1. Variação da velocidade no tempo

A. Permanente ou estacionário: A velocidade num determinado ponto não varia com o tempo.

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = 0$$

Regime Permanente: trajectória $\equiv$ linha de corrente

B. Variável: A velocidade varia no tempo. É o caso mais geral do escoamento

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} \neq 0$$

O regime turbulento pode ser permanente se tomarmos a média ao longo de um período de tempo adequado

2. Variação da velocidade no espaço

A. Uniforme: A velocidade é constante (em módulo e direcção) em qualquer ponto do campo de escoamento

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial s} = 0$$

B. Não Uniforme: A velocidade varia no espaço

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial s} \neq 0$$

As duas classificações (no tempo e no espaço) não são mutuamente exclusivas

- Permanente uniforme
- Permanente não uniforme
- Não permanente uniforme
- Não permanente não uniforme

IMP: É necessário fazer a classificação do regime de escoamento para se poder escolher e aplicar o conjunto de soluções mais adequado

Qual o regime de escoamento correspondente a cada uma das seguintes situações? justifique

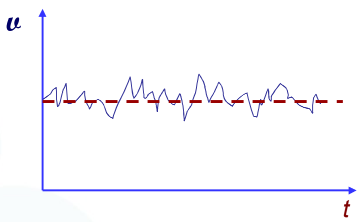
a) Escoamento de água num tubo de diâmetro constante e a velocidade constante;

b) Escoamento de água numa tubagem cónica com velocidade constante na secção de entrada;

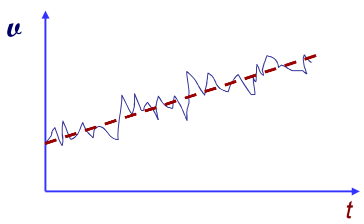
c) Tubo de diâmetro constante ligado a uma bomba hidráulica que funciona em regime constante e que depois é desligada.

Coerência com o conceito de permanência

- Regime laminar – valores instantâneos
- Regime turbulento – valores médios



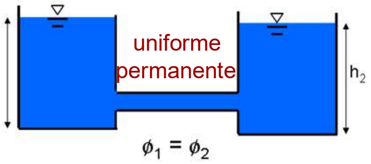
Regime turbulento “permanente”



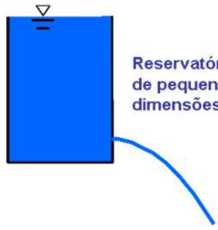
Regime turbulento “não permanente”

Exemplos

Reservatórios de grandes dimensões



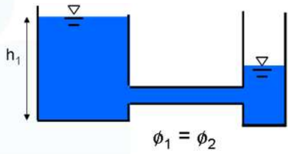
Variável
Não uniforme



Reservatório
de pequenas
dimensões

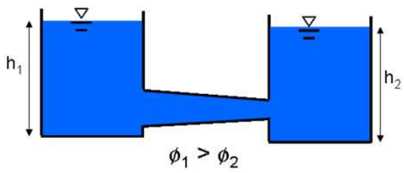
Reservatório
de grandes
dimensões

Reservatório
de pequenas
dimensões



Escoamento variável uniforme

Reservatórios de grandes dimensões

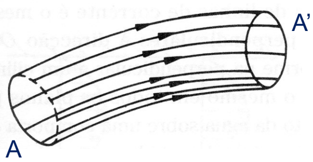


Escoamento permanente
Não uniforme

❑ Tubo de corrente ou de fluxo ou veia liquida

É um conjunto de linhas de corrente vizinhas que passam por um contorno fechado.

Está garantida a não ocorrência de escoamento através das fronteiras laterais do tubo. O fluido atravessa apenas os seus extremos.



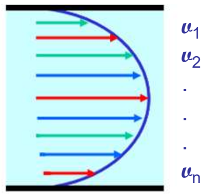
- Quando A toma o valor infinitesimal, dA, a porção de tubo de fluxo designa-se por *filamento de corrente*.
- Se A tomar o valor zero, a porção de tubo de fluxo corresponde a uma *linha de corrente*.

- Escoamento elementar – 1 linha de corrente
- Escoamento global – tubos de corrente justapostos

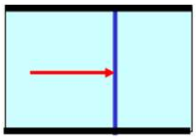
❑ Secção líquida ou secção recta

É o corte de um tubo de fluxo por uma secção perpendicular ao vector velocidade (ex: A e A').

❑ Velocidade média numa secção recta, $\bar{u}$



Perfil real de velocidades numa secção recta



Perfil fictício de velocidades numa secção recta

Velocidade média é a velocidade fictícia, constante para toda a secção, que transporta um volume por unidade de tempo (Q) igual ao que transporta o perfil real de velocidades

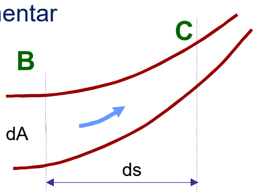
$$\boxed{\bar{u}\, A_T = u_1 A_1 + u_2 A_2 + \ldots + u_n A_n}$$

❑ Caudal

Filamento de corrente => escoamento elementar

Volume de fluido que atravessa uma secção do filamento de corrente por unidade de tempo:

$$dQ = \frac{d\forall}{dt} = \frac{dA\ ds}{dt} = u\, dA$$



dA = área elementar ou infinitesimal;
ds = comprimento elementar

Se, em vez de um tubo de fluxo elementar, tomarmos todos os tubos de fluxo que compõem o escoamento (por integração) => escoamento global

$$Q = \int_0^A dA\, u = A\, \bar{u}$$

Diferentes!

A é a secção recta (L^2)
$\bar{u}$ é a velocidade média de escoamento na secção recta (LT^{-1}).
Q apresenta as dimensões $L^3\ T^{-1}$.

3.2 Equações fundamentais da mecânica dos fluidos ideais:
relações integrais aplicadas a um volume de controlo

Definem-se com base nas leis básicas da física:

(1) Lei da conservação da massa;

(2) Segunda lei de Newton;

(3) Primeira lei da termodinâmica.

E são:

(1) Equação da continuidade;

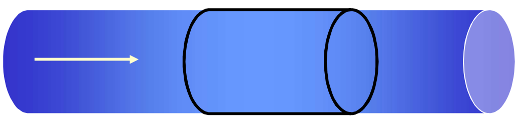
(2) Equação de Euler ou da quantidade de movimento linear;

(3) Equação da quantidade de movimento angular;

(4) Equação da energia ou de Bernoulli.

❑ *Equação da continuidade*

Consideremos o escoamento de um fluido incompressível em regime permanente num tubo de fluxo



Tubo de fluxo

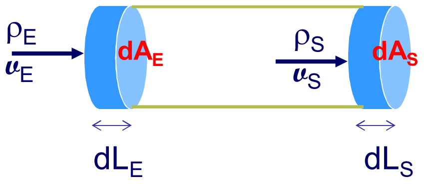
- troço do tubo de fluxo limitado por duas secções transversais
- conservação da massa:

  massa de líquido que entra no troço num determinado intervalo de tempo é igual à que sai, no mesmo intervalo de tempo.

Nota:
A lei para a situação geral (*incluindo regime permanente e variável*) diz que:
"A massa de líquido que entra no troço num determinado intervalo de tempo é igual à que sai, no mesmo intervalo de tempo adicionada da variação de massa no seu interior".

Consideremos agora um *filamento de corrente* com uma secção recta de área elementar *dA* e de espessura elementar *dL*

Lei da conservação da massa
(po unidade de tempo)
$\Leftrightarrow m_E = m_S$



$$\Leftrightarrow \rho_E \; dA_E \; dL_E = \rho_S \; dA_S \; dL_S$$

Por unidade de tempo:

$$\frac{dm_E}{dt} = \frac{dm_S}{dt} \Leftrightarrow \frac{\rho_E \; dA_E \; dL_E}{dt} = \frac{\rho_S \; dA_S \; dL_S}{dt} \Leftrightarrow$$

$$\rho_E \; dA_E \; v_E = \rho_S \; dA_S \; v_S$$

Em fluidos incompressíveis, ρ é constante => $dA_E \; v_E = dA_S \; v_S$

Integrando para infinitos tubos de corrente, que em conjunto ocupem a totalidade da secção recta:

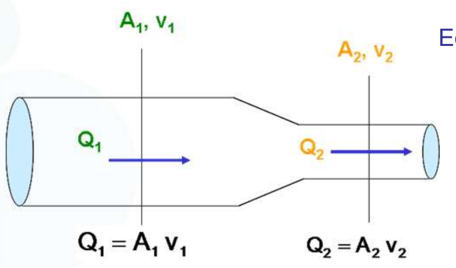
$$\int_0^A dA_E \; v_E = \int_0^A dA_S \; v_S \Leftrightarrow A_E \; \bar{v}_E = A_S \; \bar{v}_S$$

$$\boxed{A_E \; \bar{v}_E = A_S \; \bar{v}_S \Leftrightarrow Q_E = Q_S}$$

$\bar{v}$ é a velocidade média na secção de escoamento

Num tubo de fluxo *impermeável e invariável no tempo (regime permanente)* os caudais que atravessam duas secções são iguais

Equação da continuidade



Eq. continuidade $\Longrightarrow$ $Q_1 = Q_2$

$$A_1 \; \bar{v}_1 = A_2 \; \bar{v}_2$$

$$\bar{v}_2 = \frac{A_1}{A_2} \bar{v}_1$$

24. Água escoa num tubo com 7.6 cm de diâmetro, com velocidade igual a 3 m s^{-1}. Determine o caudal volúmico e o caudal mássico escoados. ($Q = 1.361 \times 10^{-2}$ m^3 s^{-1}; $Q_m = 13.6$ kg s^{-1})

30. Um tubo circular apresenta 400 mm de diâmetro no ponto A e 500 mm de diâmetro no ponto B. O tubo divide-se em dois ramos com diâmetros de 0.3 e 0.2 m (C e D). Se a velocidade de escoamento da água em A for 1 m s^{-1} e em D for 0.8 m s^{-1}, quais os valores do caudal em C e D e das velocidades em B e C?

($Q_D = 0.025$ m^3 s^{-1}, $Q_C = 0.1$ m^3 s^{-1}, $v_B = 0.64$ m s^{-1}, $v_C = 1.417$ m s^{-1})

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas